Planos
Ecuaciones de los planos
Rectas
Ecuaciones de la recta
Paralelismo y ángulos
Distancias y áreas

# Rectas en el espacio

# Rectas en el espacio



**Definición**

Dado un punto $P$ del espacio y vector no nulo $v$, la recta que pasa por $P$ con la dirección $v$ es el conjunto de los puntos $X$ que satisfacen:

$$X = P + \lambda v$$

para algún $\lambda \in \mathbb{R}$ .

# Rectas en el espacio



Planos
Ecuaciones de los planos
Rectas
Ecuaciones de la recta
Paralelismo y ángulos
Distancias y áreas

## Definición

Dado un punto $P$ del espacio y vector no nulo $v$, la recta que pasa por $P$ con la dirección $v$ es el conjunto de los puntos $X$ que satisfacen:

$$X = P + \lambda v$$

para algún $\lambda \in \mathbb{R}$ .

## Ejemplo

Consideremos los puntos $P(1,0,0)$ y $Q(2,1,1)$.
Dado que $\vec{PQ} = (1,1,1)$, la recta que determinan; es decir, la única recta que pasa por $P$ y $Q$, es el conjunto de puntos $X(x,y,z)$ que satisfacen:

$$(x,y,z) = (1,0,0) + \lambda(1,1,1) \ .$$

Bloque: Geometría

Tema: Geometría en el espacio

HEDIMA

Planos

Ecuaciones de los planos

Rectas

Ecuaciones de la recta

Paralelismo y ángulos

Distancias y áreas

## Ecuaciones paramétricas

Si $P \equiv (p_1, p_2, p_3)$ y $v \equiv (v_1, v_2, v_3)$, la recta que pasa por $P$ con dirección $v$ es el conjunto de puntos $X \equiv (x, y, z)$ que satisfacen:

$$\begin{cases} x = p_1 + \lambda\, v_1 \\ y = p_2 + \lambda\, v_2 \\ z = p_3 + \lambda\, v_3 \end{cases}$$

para algún $\lambda \in \mathbb{R}$.

## Ecuaciones paramétricas

Si $P \equiv (p_1, p_2, p_3)$ y $v \equiv (v_1, v_2, v_3)$, la recta que pasa por $P$ con dirección $v$ es el conjunto de puntos $X \equiv (x, y, z)$ que satisfacen:

$$\begin{cases} x = p_1 + \lambda\, v_1 \\ y = p_2 + \lambda\, v_2 \\ z = p_3 + \lambda\, v_3 \end{cases}$$

para algún $\lambda \in \mathbb{R}$.

## Ejemplo

Consideremos los puntos $P(1, 0, 0)$ y $Q(2, 1, 1)$.
Dado que $\vec{PQ} = (1, 1, 1)$, las ecauciones paramétricas de la recta $P + Q$ son:

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} .$$

Bloque: Geometría

Tema: Geometría en el espacio

HEDIMA

Planos

Ecuaciones de los planos

Rectas

Ecuaciones de la recta

Paralelismo y ángulos

Distancias y áreas

## Ecuación, dados dos puntos

La recta que pasa por los puntos $P(p_1, p_2, p_3)$ y $Q(q_1, q_2, q_3)$ admite las ecuaciones:

$$\frac{x - p_1}{q_1 - p_1} = \frac{y - p_2}{q_2 - p_2} = \frac{z - p_3}{q_3 - p_3} .$$

Bloque: Geometría

Tema: Geometría en el espacio

HEDIMA

Planos

Ecuaciones de los planos

Rectas

Ecuaciones de la recta

Paralelismo y ángulos

Distancias y áreas

## Ecuación, dados dos puntos

La recta que pasa por los puntos $P(p_1, p_2, p_3)$ y $Q(q_1, q_2, q_3)$ admite las ecuaciones:

$$\frac{x - p_1}{q_1 - p_1} = \frac{y - p_2}{q_2 - p_2} = \frac{z - p_3}{q_3 - p_3} .$$

## Ejemplo

La recta que pasa por los puntos $P(1, 0, 0)$ y $Q(2, 1, 1)$ es:

$$\frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y}{1 - 0} = \frac{z}{1 - 0} ,$$

es decir, que se trata de la recta de ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} x - 2y = 1 \\ y - z = 0 \end{cases} .$$

# Ecuaciones de las rectas en el espacio



## Ecuación general

Toda recta en el espacio es intersección de dos planos, de modo que puede escribirse como solución de un sistema de ecuaciones del tipo:

$$r \equiv \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \end{cases}$$

siendo los vectores $(a, b, c)$ y $(a', b', c')$ linealmente independientes.

Bloque: Geometría

Tema: Geometría en el espacio

HEDIMA

Planos
Ecuaciones de los planos
Rectas
Ecuaciones de la recta
Paralelismo y ángulos
Distancias y áreas

## Ecuación general

Toda recta en el espacio es intersección de dos planos, de modo que puede escribirse como solución de un sistema de ecuaciones del tipo:

$$r \equiv \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \end{cases}$$

siendo los vectores $(a, b, c)$ y $(a', b', c')$ linealmente independientes.

## Ejemplo

Como hemos visto en el ejemplo anterior, la recta que pasa por los puntos $P(1, 0, 0)$ y $Q(2, 1, 1)$ es el corte de los planos:

$$\pi_1 \equiv x - 2y = 1 \quad y \quad \pi_2 \equiv y - z = 0 \ .$$