❖MIS VALORES

Entrega

Transparencia

Simplicidad

y Persistencia

❖MI VISIÓN: Tender a ser un ser humano completo mediante la entrega, la transparencia, la simplicidad y la persistencia.

❖MI MISIÓN: Entrega a la Voluntad Suprema.
Servir a las personas.

Enail: hegiraldo2@Gmail.com

# MATRICES

Presentación hecha por

Efrén Giraldo T.

Su único objetivo es facilitar el estudio

# Determinante de una matriz

El **determinante de una matriz** se define como un número escalar que se le asigna específicamente a cada una de las matrices cuadradas que existen. Este número resulta al realizar una serie de operaciones en cierto orden al interior de la matriz.

Es importante saber que sólo se puede calcular el determinante de las matrices cuadradas

# Determinante de una matriz $2 \times 2$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & (-4) \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 1 \cdot (-4) = 10$$

Genera otra matriz

Para el cálculo de determinantes de matrices de cualquier orden, existe la regla recursiva de Laplace, que reduce el cálculo a sumas y restas de varios determinantes de un orden inferior. Esta recursividad la podrás verificar hallando los determinantes de las matrices de orden superior.

En el caso de una matriz de 2x2, el determinante se calcula, tal como se muestra en la ventana izquierda.

Elige otro tipo de matriz

## DETERMINANTE DE UNA MATRIZ CUADRADA

Si $A$ es una matriz cuadrada de orden 2, se define el determinante de $A$ como:

$$det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Cómo obtener el determinante de una matriz 3x3 por cofactores paso a paso.

Los cofactores son las matrices que resultan de eliminar una columna con una fila.

# Se debe emplear la siguiente tabla de signos

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array} \\ A = & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \end{array}$$

# Iniciaremos con el primer renglón y la primera columna:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & \boxed{a_{22}} & \boxed{a_{23}} \\ a_{31} & \boxed{a_{32}} & \boxed{a_{33}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Determinante: $+a_{11}(a_{22} * a_{33} - a_{32} * a_{23})$

Ahora con el siguiente elemento:

$$\begin{array}{c} \qquad + \qquad - \qquad + \\ A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix} \longrightarrow -a_{12}(a_{21} * a_{33} - a_{31} * a_{23})$$

Agregamos a la operación para obtener el determinante:

$$Determinante = +a_{11} * ((a_{22} * a_{33}) - (a_{23} * a_{32})) - a_{12} * ((a_{21} * a_{33}) - (a_{23} * a_{3}$$

$$\text{Determinante: } +a_{11}(a_{22} * a_{33} - a_{32} * a_{23}) \quad - a_{12}(a_{21} * a_{33} - a_{31} * a_{23})$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$a_{13} * ((a_{21} * a_{32}) - (a_{22} * a_{31})$$

Y se completa la fórmula del determinante:

$$Determinante = +a_{11} * ((a_{22} * a_{33}) - (a_{23} * a_{32})) - a_{12} * ((a_{21} * a_{33}) - (a_{23} * a_{31})) + a_{13} * ((a_{21} * a_{32}) - (a_{22} * a_{31})$$

Ahora con un ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 6 & 8 & 2 \\ 9 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Determinate = +a_{11} * ((a_{22} * a_{33}) - (a_{23} * a_{32})) - a_{12} * ((a_{21} * a_{33}) - (a_{23} * a_{31})) + a_{13} * ((a_{21} * a_{32}) - (a_{22} * a_{31}))$$

$$Determinate = +2 * ((8 * 1) - (2 * 4)) - 5 * ((6 * 1) - (2 * 9)) + 3 * ((6 * 4) - (8 * 9))$$

$$Determinate = +2 * ((8) - (8)) - 5 * ((6) - (18)) + 3 * ((24) - (72))$$

$$Determinate = +2 * (0) - 5 * (-12) + 3 * (-48) = +0 + 60 - 144 = -84$$

# Ejemplos:

## Cálculo de un determinante 4x4

Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ por la definición el determinante es:

**Solución:** $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}$

$$= 1(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 6 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} + 3(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 9 & 6 \\ 3 & 4 & 8 \end{vmatrix} + 5(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

$$+ 2(-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 6 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 9 & 6 \\ 3 & 4 & 8 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 1\left\{-1\begin{vmatrix}9 & 6\\4 & 8\end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix}1 & 6\\2 & 8\end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix}1 & 9\\2 & 4\end{vmatrix}\right\} - 3\left\{0\begin{vmatrix}9 & 6\\4 & 8\end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix}2 & 6\\3 & 8\end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix}2 & 9\\3 & 4\end{vmatrix}\right\}$$
$$+ 5\left\{0\begin{vmatrix}1 & 6\\2 & 8\end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix}2 & 6\\3 & 8\end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix}2 & 1\\3 & 2\end{vmatrix}\right\} - 2\left\{0\begin{vmatrix}1 & 9\\2 & 4\end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix}2 & 9\\3 & 4\end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix}2 & 1\\3 & 2\end{vmatrix}\right\}$$

$$= 1\{-1(72 - 24) - 3(8 - 12) + 4(4 - 18)\} - 3\{0 - 3(16 - 18) + 4(8 - 27)\}$$
$$+ 5\{0 + 1(16 - 18) + 4(4 - 3)\} - 2\{0 + 1(8 - 27) + 3(4 - 3)\}$$

$$= 1(-92) - 3(-70) + 5(2) - 2(-16)$$

$$|A| = -92 + 210 + 10 + 32$$

$$\boxed{|A| = 160}$$

Es evidente que el cálculo del determinante de una matriz de n x n puede ser tedioso.

- Para calcular un determinante de 3 x 3 deben calcularse tres determinantes de 2 x 2.
- Para calcular un determinante de 4 x 4 deben calcularse cuatro determinantes de 3 x 3
- Para calcular un determinante de 5 x 5 deben calcularse cinco determinantes de 4 x 4, que es lo mismo que calcular veinte determinantes de 3 x 3.

http://slideplayer.es/slide/3498023/

Es tedioso realizar los cálculos para matrices superiores a $3\times 3$.

Y en trabajo con matrices hoy en día fácilmente se puede llegar a ordenes de 5000 filas por 5000 columnas o aún más. Por tal motivo se utilizan aplicaciones online para calcular el determinante de una matriz:

APLICACIÓN PARA CALCULAR EL DETERMINANTE DE UNA MATRIZ

**Solución:**

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 6 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 2 & 9 & 6 \\ 3 & 4 & 8 \end{vmatrix} + 5 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$$

$$= 160$$

OnlineMSchool.com

# Online calculadora. Determinante de matriz.

Esta online calculadora le dejará calcular con mucha facilidad el determinante de una matriz.

**Para calcular el determinante de una matriz online**

Ecoja el tamaño de matrice

Tamaño de matrice: 4×4 ▾

Introduzca el significado de la matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 9 & 6 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

det **A** = 160



http://es.onlinemschool.com/math/assistance/matrix/determinant/

# Resolución de ecuaciones por el método de Gauss

Un sistema de ecuaciones se resuelve por el Método de Gauss cuando se obtienen sus soluciones mediante la reducción del sistema dado a otro equivalente en el que cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. Este método transforma la matriz de los coeficientes en una matriz triangular superior: todos los elementos debajo de la diagonal principal son 0.

# Las ecuaciones y las matrices

**ECUACIONES**

$$\begin{aligned} -4x + 0y + 0z &= 1 \\ -6x + 0y + 0z &= 7 \\ 0x - 9y + 0z &= 7 \end{aligned}$$

**MATRIZ REPRESENTATIVA**

$$\begin{bmatrix} -4 & +0 & +0 \\ -6 & +0 & +0 \\ 0 & -9 & +0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

En el algebra lineal son muy importantes las operaciones entre matrices. Gracias a los arreglos de números en forma de matrices es posible manipular simultáneamente cientos de ecuaciones, que surgen en problemas de aplicación en la Ingeniería y en la Ciencia en general.

Haz clic en el botón de animación, para que observes cómo se representan, matricialmente, estas ecuaciones.

Animar

# Resolución de ecuaciones por Gauss



Consiste básicamente en **obtener la matriz triangulada** de una matriz operando con las filas.

## Método de Gauss o de triangulación de matrices

## Matrices equivalentes:

Dada una matriz A cualquiera decimos que la matriz B es equivalente a A si podemos transformar A en B mediante una combinación de las siguientes operaciones:

# OPERACIONES BÁSICAS CON MATRICES

1. Intercambiar dos filas (o intercambiar dos columnas de la matriz).
2. Sustituir una fila multiplicada por un mismo número distinto de cero.
3. Sumar a una fila de A cualquier otra fila.
4. Sumar a una fila (o columna) de la matriz el resultado de multiplicar otra fila (o columna) por un número real no nulo.

Cabe mencionar que en numerosas ocasiones las operaciones elementales se utilizan para «generar ceros» o “unos” en lugares especiales de la matriz.

$$\begin{array}{c} F_1 \\ \\ F_3 \end{array} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_1 \to F_3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

**Ejemplo**: si intercambiamos el renglón 1 y 3:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 \\ -1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 6 & 7 & -10 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

## 1.Intercambiar dos filas entre si.

# Intercambiar dos columnas de la matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 8 & -3 & 5 \\ 7 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$C_1 \longleftrightarrow C_3 \qquad \left\{ \begin{matrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & 8 \\ 4 & -2 & 7 \end{matrix} \right\}$$

$$A = \begin{array}{c} F_1 \\ \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} \boxed{3 \quad 0 \quad 2} \\ 2 \quad 0 \quad -2 \\ 0 \quad 1 \quad 1 \end{bmatrix} \qquad 4F_1 \leftrightarrow F_1 \qquad \begin{bmatrix} \boxed{12 \quad 0 \quad 8} \\ 2 \quad 0 \quad -2 \\ 0 \quad 1 \quad 1 \end{bmatrix}$$

2. Multiplicar o dividir una fila (o columna) por un número real no nulo: en este caso se multiplicaron todos los elementos de la fila 1 por 4.

# 3. Sumar a una fila de A cualquier otra fila.

$$
A: \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow F_1 + F_2 \longrightarrow F_1 \longrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}
$$

# 4. Sumar o restar a cierta fila (o columna) de la matriz el resultado de multiplicar otra fila (o columna) por un número real no nulo.

$$\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} \boxed{2 \quad 1 \quad 3} \\ \underline{1 \quad 3 \quad -2} \\ 4 \quad 1 \quad 1 \end{bmatrix} \longrightarrow F_1 - 2F_2 \longrightarrow \begin{bmatrix} \boxed{0 \quad -5 \quad -1} \\ 1 \quad 3 \quad -2 \\ 4 \quad 1 \quad 1 \end{bmatrix}$$

# MÉTODO DE GAUSS PARA RESOLVER SISTEMAS

Vamos a ver el método con un ejemplo concreto.

Queremos resolver el sistema siguiente:

ro de
l sistema

$$\left\{\begin{array}{rcr} x + 2y - z &=& 2 \\ 2x + 3y - 3z &=& -1 \\ x + y + z &=& 6 \end{array}\right. \rightarrow \begin{array}{cccc} x & y & z & T\ independientes \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right)$$

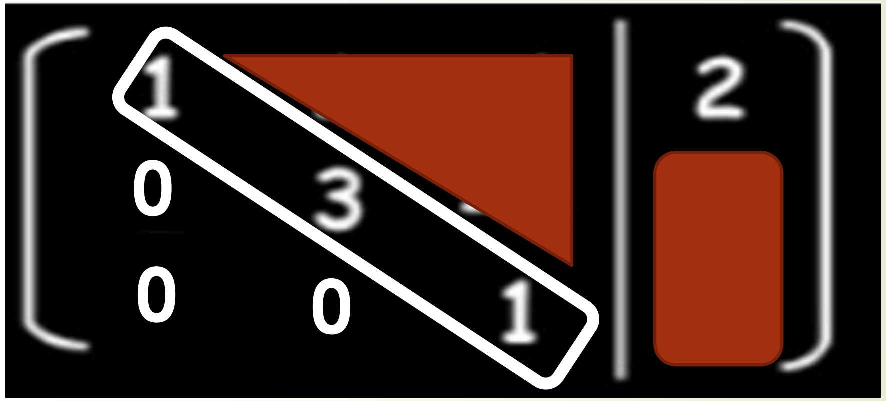
Lo primero es escribir el sistema mediante la matriz ampliada.



https://es.slideshare.net/pepemunoz/mtodo-de-gauss-7617929

# Matriz ampliada

$$\begin{array}{cccc} x & y & z & T\ independientes \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right) & & & \end{array}$$




Se deben anular (volver 0) todos los números debajo de la diagonal principal.

## MÉTODO DE GAUSS PARA RESOLVER SISTEMAS

$$F_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right)$$

**Inicialmente el primer elemento de la segunda fila (el 2) debe quedar en 0. Esto se logra multiplicando por 2 toda la primera fila, cambiándole de signo y sumándole el resultado a la fila 2.**

**Lo cual se expresa así: Nueva fila** $F_2 = -2F_1 + F_{2\ vieja}$



https://es.slideshare.net/pepemunoz/mtodo-de-gauss-7617929

# MÉTODO DE GAUSS PARA RESOLVER SISTEMAS

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-2\cdot F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right)$$

**O lo que es lo mismo:** le restamos a la segunda fila la primera multiplicada por 2.

$$F_2 = F_{2\ vieja} - 2F_1$$



https://es.slideshare.net/pepemunoz/mtodo-de-gauss-7617929

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{array}\right)$$

Ahora, debemos volver 0 el primer término de la tercera fila. **Basta tomar la primera fila (el 1) cambiarle de signo y sumarla con la tercera fila:** $\boldsymbol{F_3 = -F_1 + F_{3\ vieja}}$.

https://es.slideshare.net/pepemunoz/mtodo-de-gauss-7617929

Ahora toca volver 0 el segundo elemento de la tercera fila ( el -1). Para esto, tomo la segunda fila le cambio de signo y la sumo con la tercera fila:

$$\textit{nueva}\ F_3 = -F_2 + F_{3\ \textit{vieja}}$$

$$\begin{array}{l} \\ \text{Fila } F_2 \\ \text{Fila } F_3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

https://es.slideshare.net/pepemunoz/mtodo-de-gauss-7617929

# MÉTODO DE GAUSS PARA RESOLVER SISTEMAS

Una vez conseguido un sistema escalonado se reconstruye el sistema y se resuelve comenzando por la ecuación con menos incógnitas.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ -y - z = -5 \\ 3z = 9 \end{cases}$$

$$3z = 9 \qquad z = \frac{9}{3} = 3$$

$$-y - z = -5, \qquad -y - 3 = -5, \qquad y = 2$$

$$x + 2y - z = 2, \qquad x + 2 * 2 - 3 = 2\,, \qquad x = 1$$

La solución es, por tanto: x=1, y=2, z=3.

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 18 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \quad F1 \longrightarrow 1/2F1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} F2 \rightarrow F2 - 4F1 \\ F3 \rightarrow F3 - 3F1 \end{array} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{bmatrix} \quad nueva\ F_3 = -\frac{5\ F_2}{3} + F_3 \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$



https://matematicasmodernas.com/resolver-matrices-por-metodo-gauss/

$$\begin{array}{cccc} x & y & z & Ind \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

Ahora resolvemos por el método de Gauss sabiendo que la primera columna corresponde a los coeficientes de la *x*, la segunda a los de la *y*, la tercera a los de la *z* y la cuarta a los términos independientes:

- $-z = -3$ $\quad z = 3$
- -3y –z = -12 $\quad$ -3y –3= -12 $\quad$ -3y =-9 $\quad$ y = 3
- $x$ +2(3) +3(3)= 9 $\quad x$ =-6

# MATRRIZ INVERSA

Se adiciona la matriz identidad

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

https://www.sangakoo.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

Mediante el método de Gauss se pretende convertir  la matriz A de l izquierda en la matriz identidad.  Lo que quede en el lado derecho será la matriz inversa.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \underline{\qquad A \qquad} & \text{Matriz inversa } A^{-1} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \square & \square & \square \\ 0 & 1 & 0 & \square & \square & \square \\ 0 & 0 & 1 & \square & \square & \square \end{pmatrix} \end{array}$$



https://www.sangakoo.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to (fila2 - fila1) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to fila3 + fila2 \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

https://www.sangakoo.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \underline{0} & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{0} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (fila2 - fila3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \underline{0} & \underline{-1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{-1} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{1} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{0} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (fila1 + fila2) \rightarrow \begin{pmatrix} \underline{1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{1} & \underline{0} & \underline{-1} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



http://www.vitutor.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

# Finalmente se multiplica la fila 2 por (-1) y ya tenemos la inversa a la derecha.

Matriz identidad | Matriz inversa $A^{-1}$

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \to ((-1)\cdot fila2) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

https://www.sangakoo.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

$$A \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz original — Matriz inversa $A^{-1}$ — Matriz identidad

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

https://www.sangakoo.com/es/temas/matriz-inversa-metodo-de-gauss

## Comprobación

Se recomienda hacer la comprobación después del cálculo, pues los errores suelen ser frecuentes. Para tal efecto se utiliza la propia definición de matriz inversa.

OnlineMSchool

MATRIZ NVERSA ONLINE

## Para calcular una matriz invertible

Ecoja el tamaño de matrice:

Cantidad de filas: 3
Cantidad de columnas: 3

Introduzca los significado de matrice:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Una fila de una matriz, digamos $F_1$, **depende linealmente** de las demás filas de la matriz si existen números reales $a_2$, $a_3$, ... , $a_n$ tales que

$$F_1 = a_2F_2 + a_3F_3 + \ldots + a_nF_n$$

En caso contrario, las filas $F_1$, $F_2$, ... , $F_n$ son linealmente independientes.

# Rango de una Matriz

El rango de una matriz no se cambia al aplicar operaciones elementales por filas, y el rango de una matriz escalonada o pseudoescalonada por renglones es igual al número de sus filas no nulas..

Dada una matriz cualquiera, para determinar el número de filas o de columnas linealmente independientes, ponemos la matriz en forma escalonada, realizando operaciones lineales entre filas.

Por eso, para calcular el rango de una matriz, la transformamos en una matriz escalonada, haciendo operaciones elementales por renglones.

Una matriz se dice que está en forma escalonada si el número de ceros anteriores al primer elemento distinto de cero de cada fila, aumenta en cada fila, hasta llegar a filas en las que todos sus elementos son ceros

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

**Rango de una matriz**: es el número de líneas de esa matriz (filas o columnas) que son no Nulas.

El rango de una matriz A se simboliza: **rang(A)** o **r(A)**.

También podemos decir que el rango es: **el orden de la mayor submatriz cuadrada no nula**.

**Cálculo del rango de una matriz por el método de Gauss.**

Podemos descartar una línea de una matriz si:

- Todos sus coeficientes son ceros.
- Hay dos líneas iguales.
- Una línea es combinación lineal de otra.

- Las líneas linealmente dependientes se anulan de la matriz.

## Una línea es combinación lineal de otra si:



- Es proporcional a otra. Es múltiplo de otra.
- Una fila es la suma de otras dos.
- Para saber si una fila es proporcional a otra se dividen los términos correspondiente, si todos dan la misma proporción son proporcionales y por tanto linealmente dependientes:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | -1 | 3 | -2 |
| 2 | 4 | -2 | 6 | -4 |

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{-1}{-2} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{-2}{-4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Intercambiamos las filas 1ª y 2ª. Después operando con la primera fila hacemos ceros en la primera columna:

$$\begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{c} f_1 \\ f_2+2f_1 \\ f_3-2f_1 \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \\ 4f_3-f_2 \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & -17 \end{pmatrix}$$

Las tres filas son linealmente independientes.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow F_1 \\ \rightarrow F_2 \\ \rightarrow F_3 = 2F_1 \\ \rightarrow F_4 \text{ es nula} \\ \rightarrow F_5 = 2F_2 + F_1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & -1 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \\ \xrightarrow{\quad} 2F_1 - F_2 \xrightarrow{\quad} \\ \xrightarrow{\quad} F_3 - 5F_1 \xrightarrow{\quad} \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 5 & -5 \\ 0 & -6 & 4 & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 5 & -5 \\ 0 & -6 & 4 & -10 & 10 \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{F_2}{3} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -5/3 \\ 0 & -6 & 4 & -10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -5/3 \\ 0 & -6 & 4 & -10 & 10 \end{pmatrix} \longrightarrow 6F_2 + F_3 \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/3 & -1/3 & 4/3 \\ 0 & 1 & -2/3 & 5/3 & -5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El Método de Gauss consiste en hacer nulas el máximo número de líneas posible, y el rango será el número de filas no nulas.

$r(A) = 2.$

OnlineMSchool

CALCULADORA DE RANGO ONLINE

Número de filas no nulas independientes =3.

$$A=\begin{pmatrix}1 & -4 & 2 & -1\\ 3 & -12 & 6 & -3\\ 2 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 3 & -1\end{pmatrix}\begin{matrix}\longrightarrow F_2 = F_2 - 3F_1 \longrightarrow\\ \longrightarrow F_3 = F_3 - 2F_1 \longrightarrow\end{matrix}\begin{pmatrix}1 & -4 & 2 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 7 & -4 & 3\\ 0 & 1 & 3 & -1\end{pmatrix}$$

r(A) = 3.

# BIBLIOGRAFIA


- https://1geometravectorial.slack.com/messages/DB75NJTM1/
- http://arquimedes.matem.unam.mx/lite/2013/1.1_Un100/_Un_037_OperacionesConMatrices/index.html
- https://www.matesfacil.com/matrices/matrices1.html
- http://matrixmultiplication.xyz