

Efrén Giraldo Toro

# MATEMÁTICAS BÁSICAS

## CLASE 1:

ÚMEROS REALES, PROPIEDADES,

BASES ALGEBRAICAS

ELABORÓ EFRÉN GIRALDO

INSTITUTO TECNOLÓGICO

METROPOLITANO

MEDELLÍN ENERO 2012



# Conjunto de los Números y su relación algebraica.

**BIBLIOGRAFÍA BASE: PRECÁLCULO  
STEWART, 2007**



# Objetivos - Competencias



Al final de este capítulo Ud. debe:

- Conocer los números, sus propiedades, los distintos subconjuntos de números y sus operaciones.
- Conocer la recta real y la relación con el conjunto de los reales
- **Entender, aprender y trabajar con las operaciones algebraicas y tener un completo dominio de ellas.**



# RECOMENDACIÓN IMPORTANTE



- Amigo estudiante:
- Este es el primer peldaño de la escalera de las matemáticas básicas. Si lo entiende y lo estudia bien, no tendrá problemas con su materia. Si no, consulte con sus compañeros, con su profesor o en las asesorías.

**¡Saque mínimo 8 horas semanales  
fuera de clase para estudiar.  
No valen disculpas!.**

**¡No deje para mañana lo que tiene que hacer hoy!**



# QUÉ PREFIERE:

¡ESTO!

O

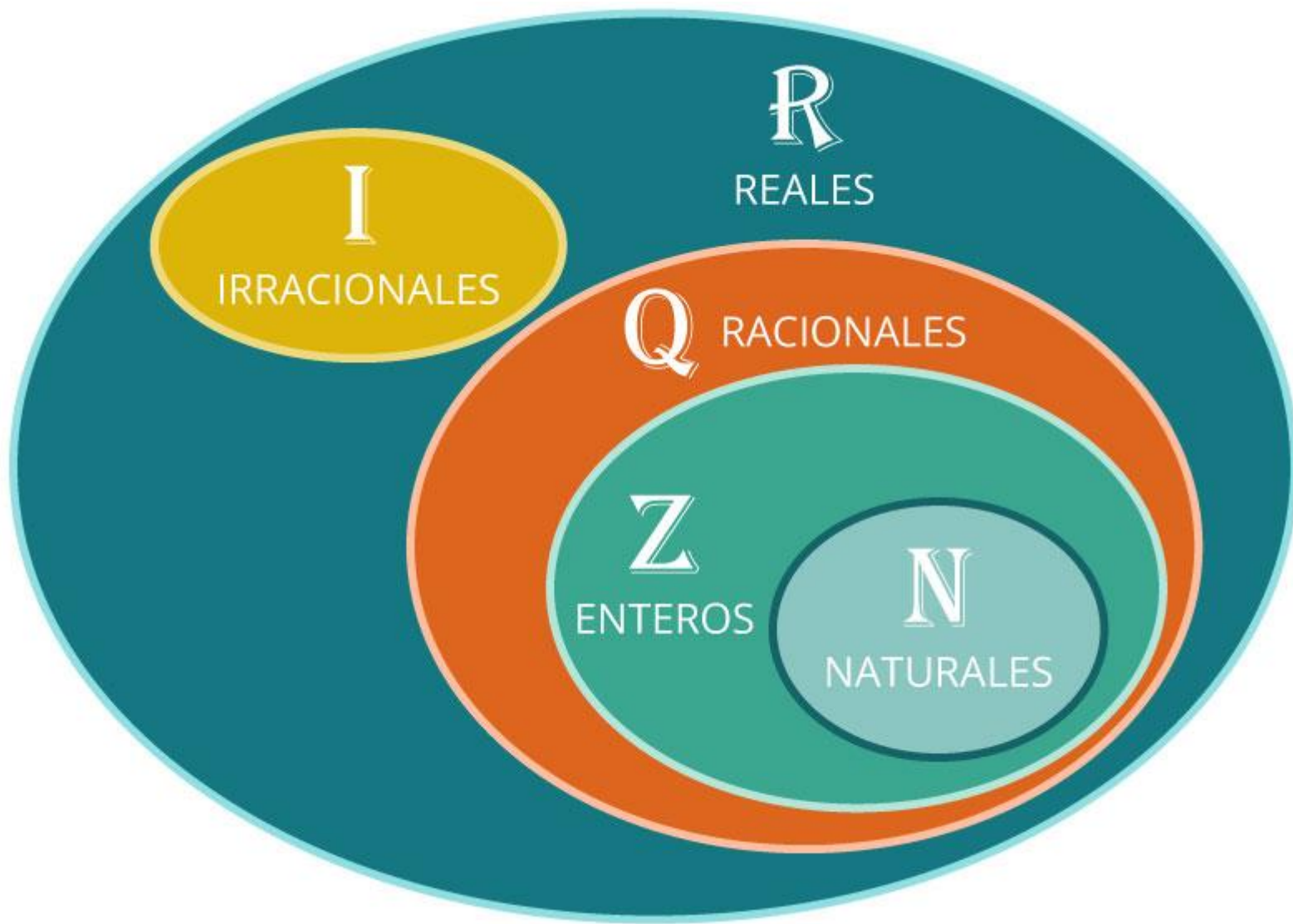
¡ESTO!





# Contenidos

- ❑ *Los Números complejos  $C$  : Los reales  $R$  y los imaginarios  $i$  .*
- ❑ *Los enteros  $Z$ : positivos  $N$ , cero, negativos  $-N$*
- ❑ *Los racionales  $Q$ , fraccionarios o periódicos en decimales*
- ❑ *Los irracionales  $I$  o no periódicos en sus decimales*
- ❑ *Reconocimiento de algunos irracionales.*
- ❑ *Propiedades de los reales*
- ❑ *La recta real.*
- ❑ *Operaciones básicas con fracciones.*
- ❑ *Bases algebraicas y operaciones fundamentales.*
- ❑ ***¡Recuerde que esto es básico para las clases siguientes!***



$\mathbb{R}$

REALES

$\mathbb{I}$

IRRACIONALES

$\mathbb{Q}$

RACIONALES

$\mathbb{Z}$

ENTEROS

$\mathbb{N}$

NATURALES



# EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS

- Está compuesto por los complejos  $C$

Efrén Giraldo Toro

- Y estos a su vez se dividen en:

Efrén Giraldo Toro

- 1. Los Reales **Re**

Efrén Giraldo Toro

- 2. Los imaginarios  **$i$** : son en los que aparece

$$\sqrt{-1} = i \quad \sqrt{-13} = \sqrt{-1 * 13} = \sqrt{-1} \sqrt{13} = i \sqrt{13}$$

$$\text{En general } \sqrt{-a} = i \sqrt{a}$$



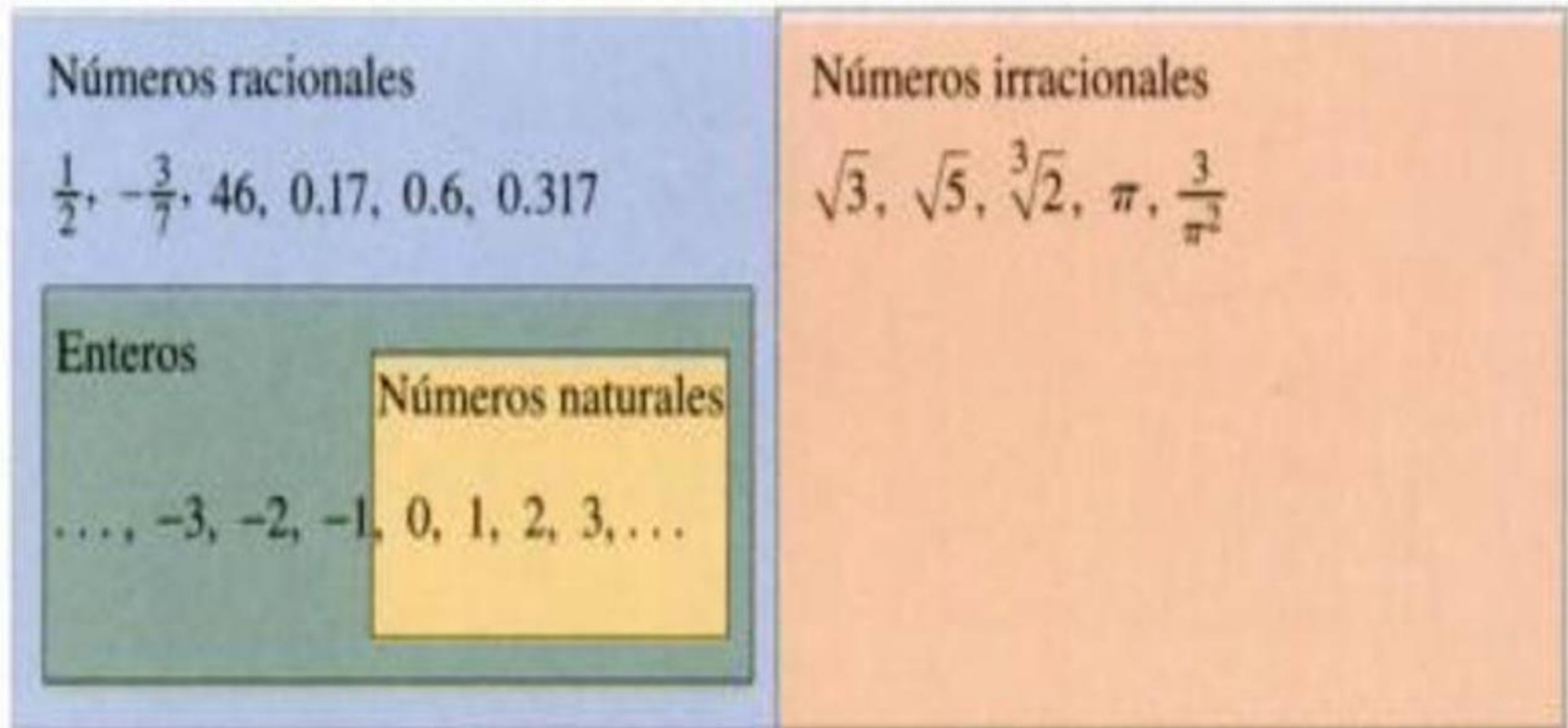
# Los reales $\mathbb{R}$

Los números reales se expresan con fracciones decimales que tienen una secuencia infinita de dígitos a la derecha de la coma decimal, como por ejemplo  $324.8232\dots$      $2.0000000\dots$

- Los números reales a su vez están compuestos por los siguientes subconjuntos:  
Efrén Giraldo Toro
- 1. Enteros  $\mathbb{Z}$
- 2. Racionales o fracciones  $\mathbb{Q}$
- 3. Irracionales  $\mathbb{I}$



# Los reales



(STEWART.2007)



# Números reales

Números racionales:  
 $-3/4, 5/8, 31/7$

Números enteros:  
 $-7, -1, 0, 5, 20$

Números irracionales:  
 $\sqrt{2}, (1+\sqrt{5})/2$

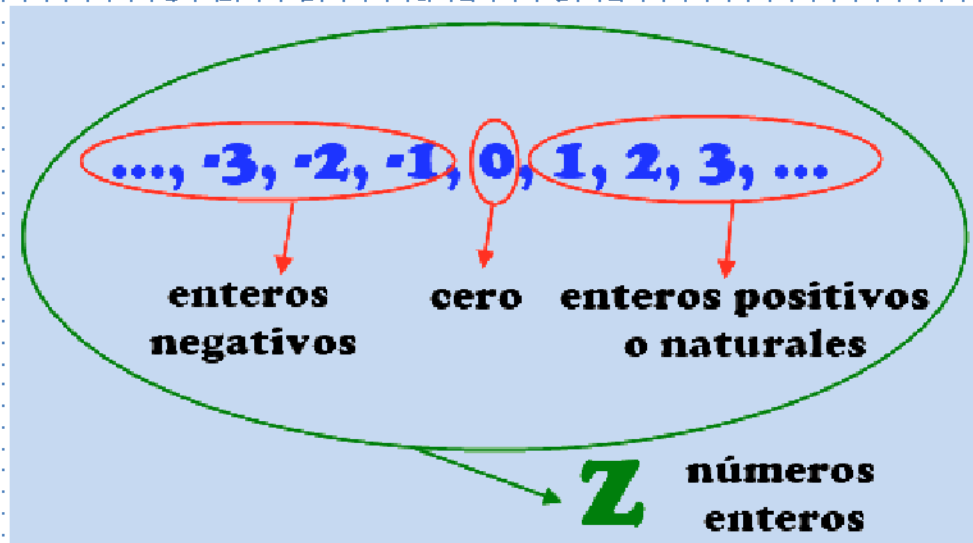
## Los números reales

- El conjunto de los números reales contiene todos los números **enteros, positivos y negativos y el cero**; **todas las fracciones**; y todos los números **irracionales** -- aquellos cuyos desarrollos en decimales nunca se repiten.





# Los enteros $\mathbb{Z}$



- Se dividen en:

Efrén Giraldo Toro

- 1. Naturales o enteros positivos
- 2. El cero 0
- 3. Enteros negativos

Efrén Giraldo Toro

Efrén Giraldo Toro



**Enteros (Z)**

**Enteros positivos ( $Z^+$ ) o  
Naturales (N)**

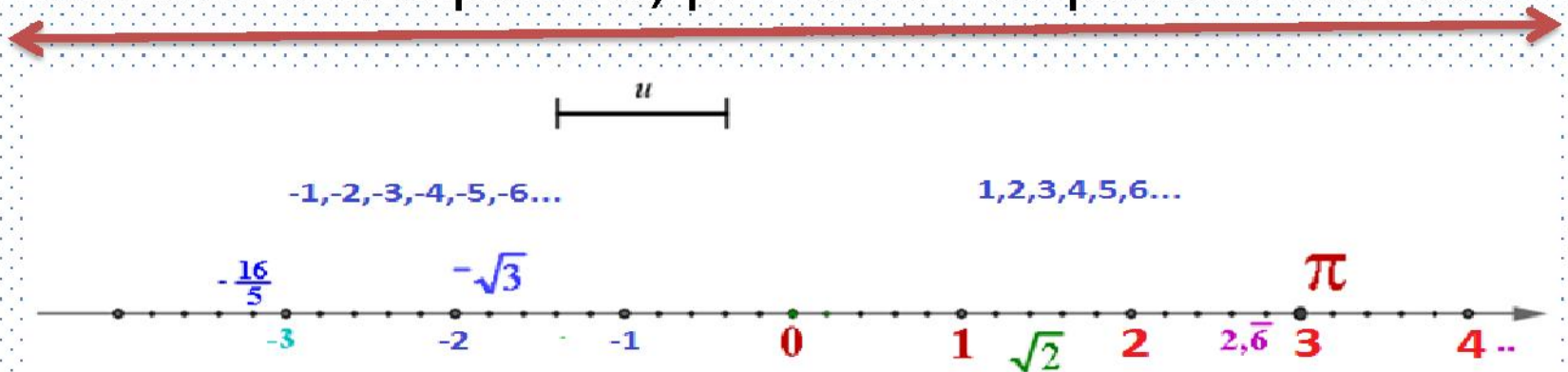
Efrén Giraldo Toro

**Cero**

Efrén Giraldo Toro

**Enteros negativos ( $Z^-$ )**

Los números reales son infinitos, la recta real también tiene infinitos puntos, por tanto se pueden asociar.



## Recta real

Efrén Giraldo Toro

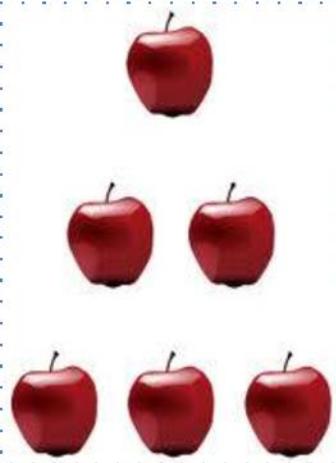
- Es muy útil representar a los números reales como puntos en la **recta real**

Efrén Giraldo Toro

- Esta representación consiste en asociar a cada punto de una línea recta un número, creando así una **Recta Numérica**.

Efrén Giraldo Toro





## Números naturales: enteros positivos

Sus decimales son ceros

Efrén Giraldo Toro

- Los números naturales surgen de la necesidad de contar, de enumerar:

Efrén Giraldo Toro

Efrén Giraldo Toro

- $\mathbb{Z}^+ \text{ ó } \mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$



*Conjunto de los Números Naturales*



**Los naturales se pueden representar en la recta numérica**



Efrén Giraldo Toro

# Enteros negativos

Efrén Giraldo Toro

- $Z^- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$
- Asociamos a cada número natural un número negativo

Efrén Giraldo Toro



**Los enteros negativos se pueden representar en la recta numérica**

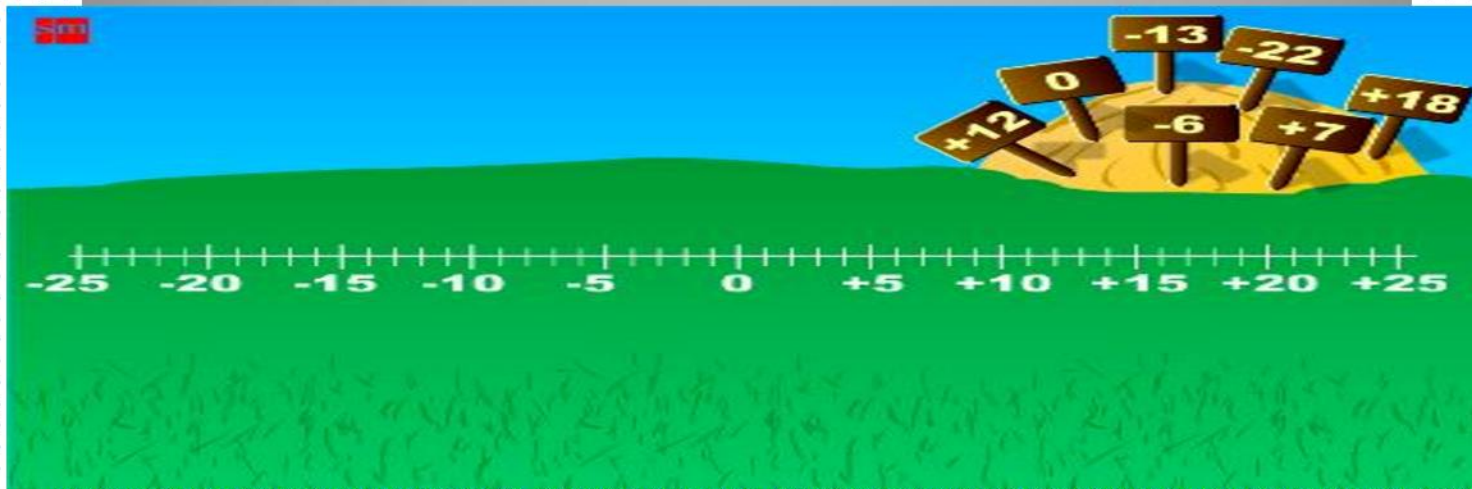


# Enteros (Z):

Efrén Giraldo Toro

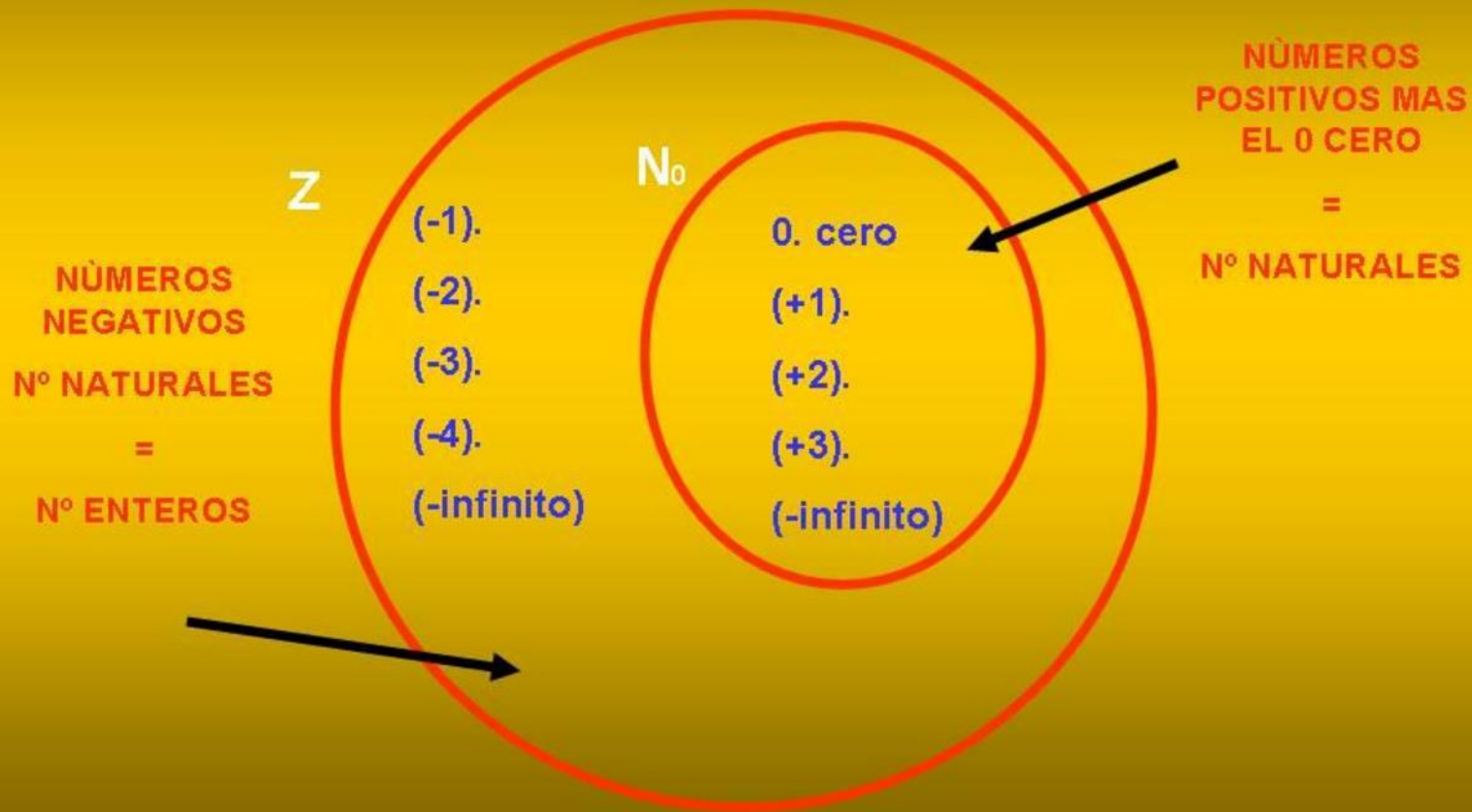
Enteros negativos, cero y enteros positivos

- $Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$





CONJUNTO "Z" (NÚMEROS ENTEROS)  
NÚMEROS POSITIVOS MAS EL "0" (CERO) Ò  
NÚMEROS NATURALES + NÚMEROS NEGATIVOS



# Racionales o fraccionarios

## Racionales (Q):

Efrén Giraldo Toro

Es el conjunto de números que se pueden expresar de la forma  $a/b$  donde  $a$  y  $b$  son enteros y  $b$  es distinto de cero.

Efrén Giraldo Toro

$$6/1 = 6 \text{ (entero positivo)}$$

$$0/1 = 0 \text{ (cero)}$$

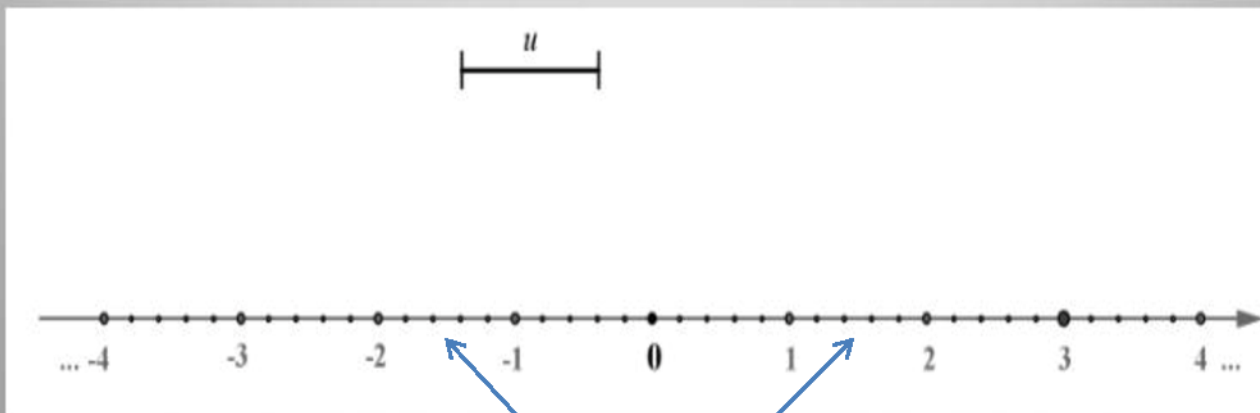
$$-5/1 = -5 \text{ (entero negativo)}$$

Por tanto los enteros que vimos anteriormente son también racionales

# Enteros negativos, cero, enteros positivos, fraccionarios

Efrén Giraldo Toro

Efrén Giraldo Toro



**Los racionales o fraccionarios se pueden representar en la recta numérica entre los enteros**



- Como ya se dijo los reales tienen decimales después de la coma.
- Si es racional sus decimales se repiten o forman periodos.

$$\frac{1}{3} = 0.333333... = 0.3\overline{3} \quad \text{La raya significa las cifras que se repiten.}$$

$$\frac{1}{2} = 0.500000... = 0.5\overline{0}$$

$$\frac{2}{3} = 0.66666666... = 0.\overline{6}$$

- Si son irracionales los decimales no se repiten
- $\pi = 3.141529 ...$  *no tiene periodo*

- Consideremos un número decimal que posee infinitos dígitos después de la coma.

Efrén Giraldo Toro

- Si en estos dígitos se observa un periodo, entonces decimos que es el resultado de una división de dos números enteros y se puede expresar como una fracción. Hablamos de un Número Racional.

Efrén Giraldo Toro

Efrén Giraldo Toro

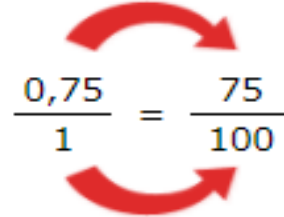
## Ejemplo 1: Expresar 0,75 como fracción

Paso 1: Escribe:

$$\frac{0,75}{1}$$

Paso 2: Multiplica el numero de abajo y el de arriba por 100 (porque hay 2 dígitos luego de la coma):

$$\times 100$$

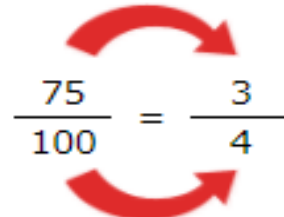

$$\frac{0,75}{1} = \frac{75}{100}$$

$$\times 100$$

*(¿Ves como el número de arriba se convierte en un entero?)*

Paso 3: Simplifica la fracción:

$$\div 25$$


$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\div 25$$

Respuesta = 3/4

*Nota: ¡75/100 se llama una **fracción decimal** y 3/4 es llamada una **fracción común** !*



## Ejemplo 2: Expresa 0,625 como una fracción

Paso 1: escribe:

$$\frac{0,625}{1}$$

Paso 2: multiplica el número de arriba y el de abajo por 1,000 (había 3 dígitos luego de la coma así que es  $10 \times 10 \times 10 = 1,000$ )

$$\frac{625}{1.000}$$

Paso 3: simplifica la fracción (me llevó dos pasos aquí):

$$\begin{array}{c} \div \\ 25 \end{array} \quad \div 5$$
$$\frac{625}{1,000} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$
$$\div 25 \quad \div 5$$

Respuesta = 5/8

# Irracionales

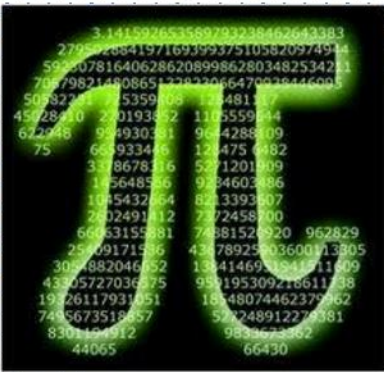
Efrén Giraldo Toro

Por otra parte, si este desarrollo decimal no posee periodo, no se tratará de un cociente entre números enteros, es decir, no es un Número Racional.

Efrén Giraldo Toro

Este tipo de número recibe el nombre de Número Irracional

Efrén Giraldo Toro



- Es el conjunto de números que no se pueden expresar de la forma  $a/b$  donde  $a$  y  $b$  son enteros y  $b$  es distinto de cero.

Efrén Giraldo Toro

Efrén Giraldo Toro

- $\sqrt{2} = 1.4142413\dots$  (irracional positivo)
- $-\pi = -3.141592\dots$  (irracional negativo)

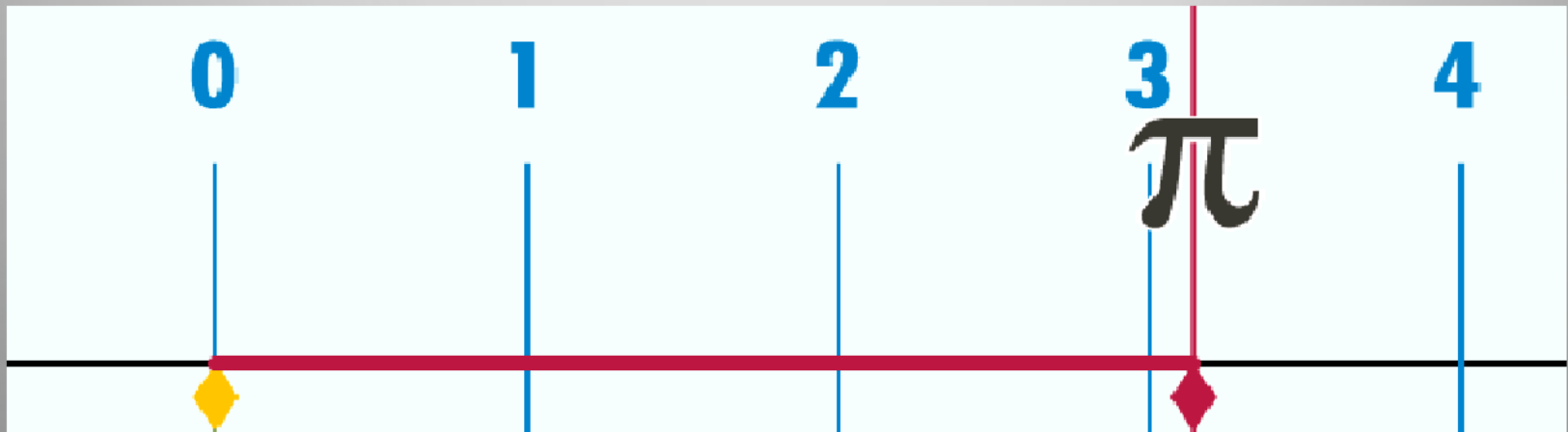
Efrén Giraldo Toro

Nota: obviamente siempre son divisibles por 1



# Los irracionales también se pueden representar en la recta numérica

Efrén Giraldo Toro



Efrén Giraldo Toro

# Los reales

Números racionales

$\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{3}{7}$ , 46, 0.17, 0.6, 0.317

Enteros

$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

Números naturales

Números irracionales

$\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt[3]{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3}{\pi^2}$

(Stewart, 2007)

Los números hacen parte de la vida diaria y no fueron creados en un solo instante. Fue un largo trasegar a través de la historia.

- Los naturales surgieron de la necesidad de contar.

Efrén Giraldo Toro

- Los negativos para deudas o faltantes

- El 0 por la ausencia de algo.

Efrén Giraldo Toro

- Los fraccionarios para expresar partes de la unidad o de un todo.

- Los irracionales de las matemáticas y de la geometría al describir círculos o diagonales de triángulos.

Efrén Giraldo Toro

(Stewart,2007)

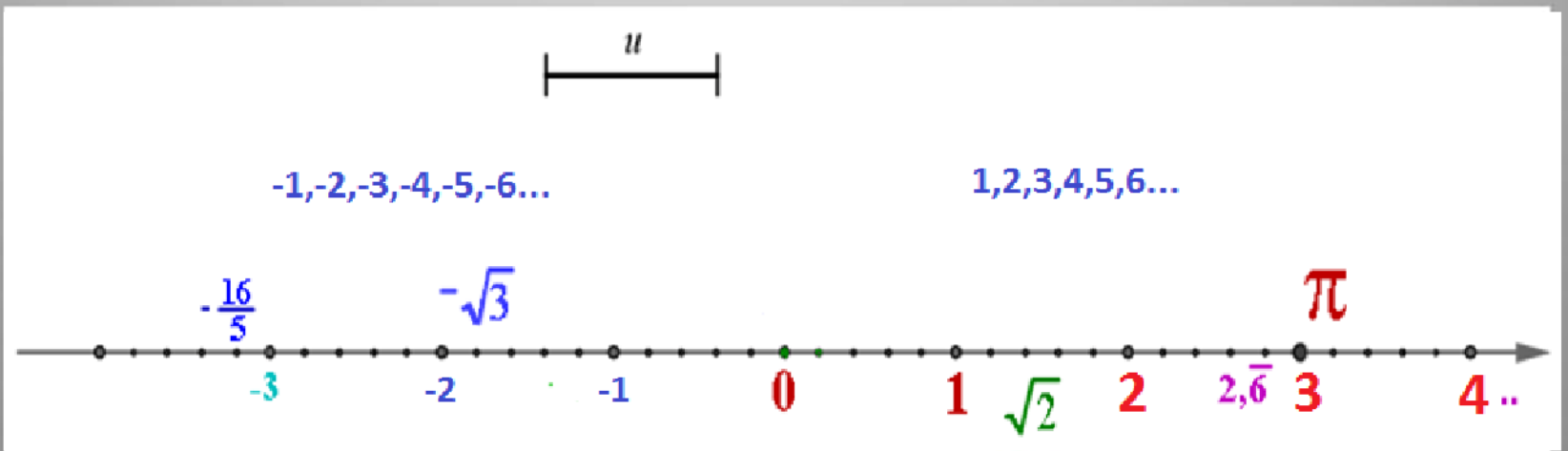


# Recta real

Efrén Giraldo Toro

- De esta manera hemos completado la recta numérica, asociando a cada punto de ella un número real.

Efrén Giraldo Toro



# RECTA REAL

## COORDENADAS CARTESIANAS EN UNA DIMENSIÓN

Efrén Giraldo Toro

### Recta real o eje $x$ .



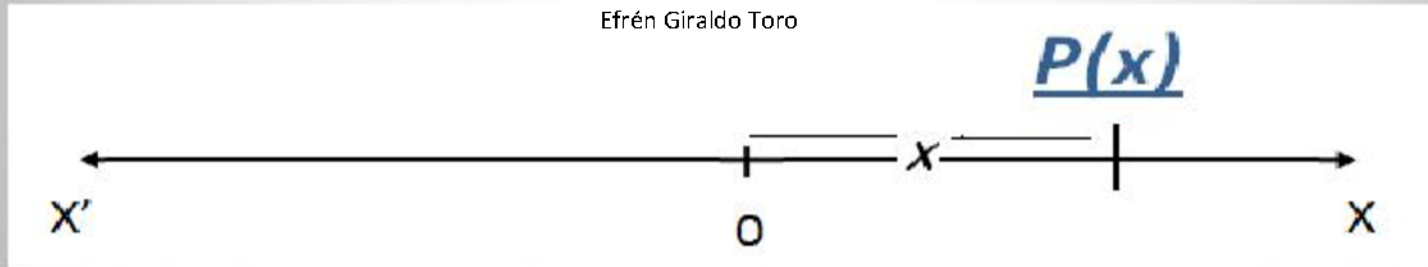
Efrén Giraldo Toro

0



Efrén Giraldo Toro



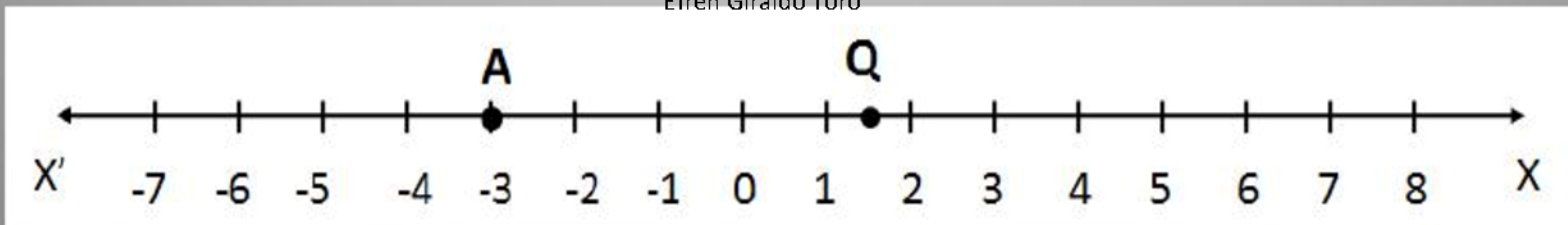


Cada punto  $P$  sobre la recta tiene una Coordenada  $x$ , representado de la forma  $P(x)$ . Esta coordenada es el valor de la  $x$  en el eje  $x$ . Es el valor del número asociado.

Efrén Giraldo Toro

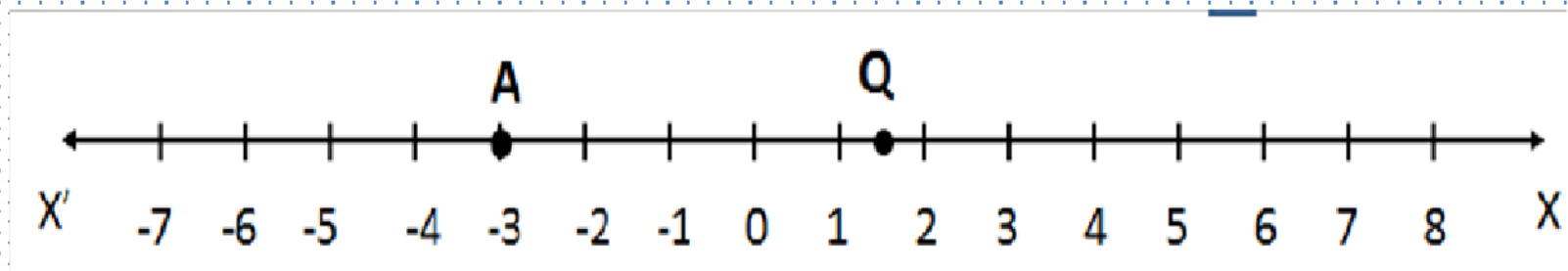
Por ejemplo. el punto  $A$  tiene por coordenada  $A(-3)$  y el punto  $Q$ , tiene coordenada  $Q(1.5)$ .

Efrén Giraldo Toro





- Para saber si un número o letra es **mayor**  $>$  que otro simplemente se recurre a la recta numérica y si está a la derecha es mayor.
- $3 > 1$     $3 > -3$     $Q > A$



- Para saber si es **menor**  $<$ , si está a la izquierda  
 $1 < 3$     $-3 < 3$     $A < Q$

# Ley de tricotomía

---

En **matemáticas**, la ley de **tricotomía** dice que cada número real es positivo, negativo, o cero.

Generalmente hablando, la tricotomía es la propiedad de una **teoría del orden** en un conjunto  $X$  que para cada  $x$  e  $y$ , se tiene una sola de las siguientes relaciones:  $x < y$ ,  $x = y$ , o  $x > y$ .

# ¡URGENTE!

## URGENT!

- ❑ LUEGO DE ESTA PRIMERA CLASE UD. AMIGO ESTUDIANTE, **TIENE QUE DOMINAR** TODOS LOS CONCEPTOS PROFUNDAMENTE. DE LO CONTRARIO VUELVA REPASE, ESTUDIE, CONSULTE.
- ❑ **SI NO LO HACE COMIENZA A TENER PROBLEMAS ES SU MATERIA Y ESTÁ DANDO EL PRIMER PASO PARA PERDERLA Y POSIBLEMENTE PERDER TAMBIÉN SU CARRERA Y HASTA ARRUINAR SU VIDA.**



# Tareas para la casa

- Repasar notas de clase y problemas vistos.
- Repasar Stewart páginas 1 a 11
- Hacer ejercicios Stewart Sección 1.1 página 10
- Lectura previa en casa a clase # 2

# Bibliografía

- Stewart, J. Redlin, L., Watson, S. (2007).  
Precálculo 5 edición. Editorial Thonson. México.